10-7 إثبات العلاقات بين القِطع المستقيمة

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 7-10 تحديد وتسمية المُضلّعات.

الدرس 7-10 كتابة براهين حول جمع القطع المستقيمة وتطابقها.

بعد الدرس 7-10 استخدام الاستدلال الاستنتاجي لإثبات العبارات.

السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بكتابة براهين جبرية وبراهين من عمودين.	1 كتابة براهين تتضمن جمع قطع مستقيمة. 2 كتابة براهين تتضمن تطابق قطع مستقيمة.	• تعمل نجلاء في متجر للأقمشة بعد المدرسة. وتقيس طول القماش بشد الطرف المستقيم للقماش مقابل مسطرة قياس. لقياس الأطوال مثل الطول 39 سنتيمترًا، والذي هو أطول من مسطرة القياس، تقوم بوضع علامة عند الطول 36 سنتيمترًا، ومن نهاية هذه العلامة، تقوم بقياس طول إضافي يبلغ 3 سنتيمترات. سيؤكد ذلك أن إجمالي طول القماش هو 3 + 36 سنتيمترات أو 39 سنتيمترًا.

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 مسلّمة المسطرة في الدرس 2-10 قمت بقياس القطع المستقيمة بمسطرة من خلال مطابقة علامة الصفر عند إحدى النقطتين الطرفيتين. ثم إيجاد العدد الموجود على المسطرة المتطابق مع النقطة الطرفية الأخرى. وهذا يوضح مسلّمة المسطرة.

المسلّمة 10.1 مسلّمة المسطرة

الشرح يمكن وضع النقاط الموجودة على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

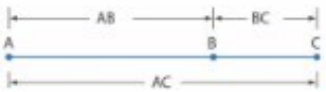
الرموز إذا وقع نقطتان محددتان A و B على مستقيم. وإذا كانت A مكافئة لصفر، فإذًا Bستكافئ عددًا حقيقيًا موجبًا.

في الدرس 2-10 تعلمت أيضًا ماذا يعني أن تكون النقطة بين نقطتين أخريين. ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بمسلّمة جمع القطع المستقيمة.

المسلّمة 10.2 مسلّمة جمع قطع مستقيمة

الشرح إذا كانت كل من A و B و C تقع على استقامة واحدة. فإذًا ستقع النقطة B بين A و C فقط إذا كانت $AB + BC = AC$.

الرموز



تُستخدم مسلّمة جمع القطع المستقيمة باعتبارها تمهيدًا في العديد من البراهين أو الإثباتات الهندسية.

حقوق الطبع والتأليف © لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا احتاجت إيمان إلى قياس القماش بهذه الطريقة؟ الإجابة النموذجية: لأن القماش كان أطول من مسطرة القياس.
- صِف كيف أن قياس 36 سنتيمترًا ثم 3 سنتيمترات يعطي طولاً يبلغ 39 سنتيمترًا. إن جمع الطولين معًا يعطي الطول الإجمالي.
- كم مرة يجب على إيمان أن تضع علامة على القماش إذا أرادت قياس طول 120 سنتيمترًا؟ 3

1 جمع القطع المستقيمة

المثال 1 يوضّح كيفية استخدام الخواص والمسلّمات لإثبات جمع القطع المستقيمة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 برهن أنه إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، إذًا $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

البرهان:

العبارات (المبررات)

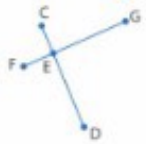
1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (مُعطى)
2. $AB = CD$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)
3. $BC = BC$ (الخاصية العكسية في المعادلة =)
4. $AB + BC = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $CD + BC = AC$ (خاصية التعويض في المعادلة =)
6. $CD + BC = BD$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة.)
7. $AC = BD$ (خاصيّة التعدّي في المعادلة =)
8. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)

انتبه!

اختتم برهانك بصورةٍ صحيحة في المثال 1، يطلب السؤال برهان أن قطعتين مستقيمتين متطابقتان. اشرح للطلاب أن السطر الأخير في البرهان مطلوبٌ لوصف علاقة القطع المستقيمة بدقةٍ وفق ما يطلب السؤال.

مثال 1 استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة

أثبت أنه إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ و $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.



المعطى: $\overline{CE} \cong \overline{FE}; \overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}; \overline{ED} \cong \overline{EG}$	1. المعطى
2. $CE = FE; ED = EG$	2. تعريف التطابق
3. $CE + ED = CD$	3. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
4. $FE + EG = CD$	4. التعويض (الخطوتان 2 ، 3)
5. $FE + EG = FG$	5. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
6. $CD = FG$	6. التعويض (الخطوتان 4 ، 5)
7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$	7. تعريف التطابق

قراءة في الرياضيات

خاصية التعويض إن خاصية التعويض أو الاستبدال في المعادلة غالبًا ما تُكتب "تعويض" فقط.

تمرين موجّه

انسخ البرهان مع إكماله.

1. المُعطى: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	a. المعطى
b. $JL = KM$	b. ____ ? ____ تعريف ≅
c. $JK + KL =$ ____ ? ____ ; $KL + LM =$ ____ ? ____	c. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
d. $JK + KL = KL + LM$	d. ____ ? ____ التعويض.
e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e. خاصية الطرح في المعادلة
f. ____ ? ____ $JK = LM$	f. التعويض
g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g. تعريف التطابق

JL KM

2 تطابق القطع المستقيمة

القطع المستقيمة ذات القياس نفسه تكون متطابقة. وتطابق القطع المستقيمة له أيضًا خواص انعكاس وتماثل وتعدٍ.

النظرية 10.1 خصائص تطابق القطع المستقيمة

خاصية انعكاس التطابق		$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل في التطابق	إذا كانت	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي في التطابق	إذا كانت	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

سوف تثبت خاصيتي التماثل والانعكاس في التمرينين 6 و 7 على التوالي.

ربط المفردات

متماثل

الاستخدام اليومي متوازن أو تناسبي

استخدام الرياضيات إذا كان $a = b$ فإن $b = a$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

615

التدريس المتمايز AL OL

إذا عانى الطلاب من صعوبةٍ في تحديد المعلومات المعطاة والمعلومات الضمنية في شكلٍ مُعطى.

إذا شجّع الطلاب على استخدام مهاراتهم المكانية لتحديد مواقع القطع المستقيمة المتطابقة الظاهرة والمخفية. واطلب منهم تمييز الأشكال بطريقةٍ تتيح لهم الإشارة بسهولة إلى العلاقات القائمة في الأشكال أثناء كتابتهم للبراهين.

إرشاد للمعلمين الجدد

بناء المعرفة وضح أنّه مع كلّ درسٍ جديد، يراكم الطلاب المعرفة حول المزيد من المسلّمات والنظريات التي يوسعهم استخدامها لكتابة البراهين. شجّع الطلاب على التدرّب على استخدام هذه المفاهيم قدر الإمكان قبل الانتقال إلى الدرس التالي من أجل تقوية قدرتهم على تذكّر الحقائق المهمة من أجل كتابة البراهين.

2 تطابق القطع المستقيمة

المثال 2 يوضّح كيفية استخدام الخواصّ والمسلّمات لبرهان تطابق القطع المستقيمة.

مثال إضافي

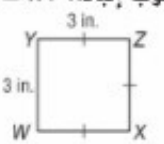
2 الشارة تصمّم مها شارةً لناديها. وطول الحافة العلوية للشارة يساوي طول حافّتها اليسرى. وتطابق الحافة العلوية للشارة الحافة اليمنى لها. وتطابق الحافة اليمنى للشارة حافتها السفلية. برهن أن الحافة السفلية للشارة مطابقةٌ لحافتها اليسرى.

المعطيات: $WY = YZ$

$\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$

$\overline{XZ} \cong \overline{WX}$

المطلوب إثباته: $\overline{WX} \cong \overline{WY}$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $WY = YZ$ (معطى)
2. $\overline{WY} \cong \overline{YZ}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة≅)
3. $\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$, $\overline{XZ} \cong \overline{WX}$ (معطى)
4. $\overline{YZ} \cong \overline{WX}$ (خاصيّة التعدّي)
5. $\overline{WY} \cong \overline{WX}$ (بالتعويض)

البرهان خاصية التعدي في التطابق

المعطى $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

المطلوب $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

فقرة برهان:

حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$. و $\overline{AB} = \overline{CD}$ وحسب تعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وحسب خاصية التعدي في المعادلة، فإن $\overline{AB} = \overline{EF}$ وبالتالي $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ حسب تعريف التطابق.

مثال 2 من الحياة اليومية برهان استخدام تطابق القطع

التطوع موضح في الشكل أدناه مسار سباق جري لصالح الأعمال الخيرية. وتعد نقطتا المراقبة X و Z نقطتا منتصف بين خط البداية ونقطة المراقبة Y ونقطة المراقبة Y وخط النهاية F. على التوالي. فإذا كانت نقطة المراقبة Y تقع على نفس المسافة من نقطتي المراقبة X و Z، فأثبت أن الطريق من نقطة المراقبة Z إلى خط النهاية متطابق مع الطريق من خط البداية إلى نقطة المراقبة X.

المُعطى: تعد النقطة X نقطة منتصف $\overline{SY}$ وتعد النقطة Z نقطة منتصف $\overline{YF}$. $XY = YZ$

المطلوب $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

برهان من عمودين:

العبارات	المبررات
1. تقع النقطة X في منتصف $\overline{SY}$. وتقع النقطة Z في منتصف $\overline{YF}$. $XY = YZ$	1. المعطى
2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}$; $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$	3. تعريف التطابق
4. $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$	4. خاصية التعدي في التطابق
5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$	5. خاصية التعدي في التطابق
6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$	6. خاصية التماثل في التطابق

الربط بالحياة اليومية

وفقًا لاستطلاعٍ رأي أجري حديثًا، وجد أن 70% من البراهنين الذين يتطوعون بدأوا ذلك قبل إتمامهم 12عامًا. وقال آخرون إنهم قد يتطوعون إذا سنحت أمامهم مزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: مؤسسة Youth Service America

تمرين موجّه

2. أعمال النجارة يقطع نجار لوحًا مقاس 4" × 2" إلى الطول المطلوب. ثم، يستخدم هذا اللوح كنمط لقطع لوح ثان يتطابق مع الأول. وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني ليقطع لوح ثالث ويستخدم اللوح الثالث ليقطع لوح رابع. أثبت أنه تم قطع آخر لوح بنفس قياس اللوح الأول.

2. المُعطى $\overline{KL} \cong \overline{MN}$ و $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$, $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$

البرهان: إذا كانت $\overline{KL} \cong \overline{MN}$ و $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$ إذًا من خلال خاصية التعدي في التطابق $\overline{KL} \cong \overline{PQ}$ وإذا كانت $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$ إذ حسب خاصية التعدي في التطابق $\overline{KL} \cong \overline{RS}$ حسب خاصية التماثل في التطابق و $\overline{RS} \cong \overline{KL}$ حسب تعريف التطابق. إذًا، اللوح الأول المقطوع له نفس قياس آخر لوح مقطوع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التركيز على محتوى الرياضيات

القطع المستقيمة من الأهمية بمكانٍ معرفة أن الأشكال والرسوم التخطيطية المرافقة للمسائل قد لا تكون على الدوام بالمقاييس الصحيحة. فقد يفترض سؤالٌ تساوي قطعتين مستقيمتين، ولكن القياس بالمسطرة يبيّن خلاف ذلك. ومن ناحيةٍ أخرى، يمكن أن تسبّب توافيق معينةٌ لمستقيماتٍ خداعًا بصريًا كما قد لا تبدو المستقيمات المتماثلة من حيث الطول كذلك.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية أكمل العديد من البراهين على اللوحة واحفظ ما قمت به. دوّن ملاحظاتك على صفحة ويب خاصة بالصف الدراسي بحيث يتاح للطلاب مرجعٌ إضافيٌ خارج الصف الدراسي.

التحقق من فهمك

مثال 1

1. انسخ البرهان مع إكماله.

المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{FE}, \overline{BC} \cong \overline{ED}$

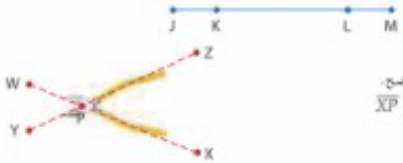
المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{FD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{AB} \cong \overline{FE}, \overline{BC} \cong \overline{ED}$	a. **المُعطى**
b. $AB \cong FE, BC \cong ED$	b. تعريف القطع المستقيمة المتطابقة
c. $AB + FE = BC + ED$	c. **خاصية الجمع في المعادلة**
d. $AB + BC = AC$ $FE + ED = FD$	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $AC = FD$	e. **التعويض**
f. $\overline{AC} \cong \overline{FD}$	f. **تعريف التطابق**

مثال 2

2. **البرهان** أثبت ما يلي. **انظر الهامش.**



المُعطى: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

المطلوب: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

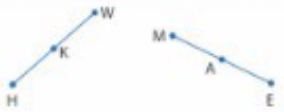
3. **الكتابة** راجع الرسم التخطيطي الموضح.
$\overline{WP}$ متطابق مع $\overline{YP}$، و$\overline{ZP}$ متطابق مع $\overline{XP}$
أثبت أن $WP + ZP = YP + XP$

انظر الهامش.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

4. انسخ البرهان مع إكماله.



المُعطى: النقطة K هي نقطة منتصف $\overline{HW}$
والنقطة A هي نقطة منتصف $\overline{ME}$
$\overline{HW} \cong \overline{ME}$

المطلوب: $\overline{HK} \cong \overline{MA}$

العبارات	المبررات
a. النقطة K هي نقطة منتصف $\overline{HW}$ والنقطة A هي نقطة منتصف $\overline{ME}$ $\overline{HW} \cong \overline{ME}$	a. المعطى
b. $HK = KW, MA = AE$	b. **تعريف نقطة المنتصف**
c. $HW = ME$	c. **تعريف التطابق**
d. $HK + KW = HW$ $MA + AE = ME$	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $HK + KW = MA + AE$	e. **تعويض**
f. $HK + HK = MA + MA$	f. **تعويض**
g. $2HK = 2MA$	g. حول لأبسط صورة.
h. $HK = MA$	h. خاصية القسمة في المعادلة
i. $\overline{HK} \cong \overline{MA}$	i. **تعريف التطابق**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 3 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

2. **المُعطى:** $\overline{JK} \cong \overline{LM}$
الإثبات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$ (مُعطى)
2. $JK = LM$ (تعريف التطابق)
3. $KL = KL$ (خاصية الانعكاس)
4. $JK + KL = KL + LM$ (خاصية الجمع في المعادلة)
5. $JK + KL = JL$
$KL + LM = KM$ (مُسلمة جمع القطع المستقيمة)
6. $JL = KM$ (التعويض)
7. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$ (تعريف التطابق)

3. **المُعطى:** $\overline{WP} \cong \overline{YP}, \overline{ZP} \cong \overline{XP}$
الإثبات: $WP + ZP = YP + XP$
البرهان:
الجمل (المبررات)
1. $\overline{WP} \cong \overline{YP}, \overline{ZP} \cong \overline{XP}$ (مُعطى)
2. $WP = YP, ZP = XP$ (تعريف التطابق)
3. $WP + ZP = YP + XP$ (خاصية الجمع في المعادلة)

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	4–13, 17, 19–29	23–26, فردي 5–13	4–12, زوجي, 17, 19–22, 27–29
OL أساسي	5–13, فردي, 15–17, 19–29	4–13, 23–26	14–17, 19–22, 27–29
BL متقدم	14–29		

أثبت كل نظرية. 5, 6، انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

5. نظرية خاصية التماثل في التطابق 10.1

6. نظرية خاصية الانعكاس في التطابق 10.1

7. **السفر** يربط طريق إنترستيت 90 السريع بين مدن كادوكا ورابيد سيتي وسايوكس فالز وألكسندريا وولاية داكوتا الجنوبية. **a, b، انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

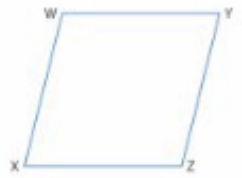
- تقع مدينة سايوكس فالز على بعد 256 كيلومترا من كادوكا و 352 كيلومترا من مدينة رابيد سيتي
- تقع رابيد سيتي على بعد 96 كيلومترا من مدينة كادوكا و 292 كيلومترا من ألكسندريا

a. ارسم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل مواقع المدن بالنسبة لبعضها البعض والمسافات بين كل مدينة. افترض أن طريق إنترستيت 90 مستقيم.

b. اكتب فقرة إثباتية لدعم استنتاجك.

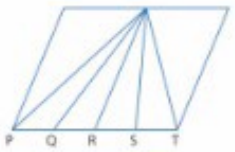
البرهان أثبت ما يلي. **8–12 انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

8. إذا كان $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{YZ} \cong \overline{ZX}$ إذًا $\overline{XW} \cong \overline{ZX}$.



9. إذا كانت $\overline{ED} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AC} \cong \overline{AD}$ إذًا $\overline{AE} \cong \overline{AB}$

10. إذا كانت R هي نقطة منتصف $\overline{QS}$ و $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$ إذًا $\overline{PA} \cong \overline{RT}$



11. إذا كانت Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$ و S هي نقطة منتصف $\overline{RT}$ و $\overline{QR} \cong \overline{RS}$ إذًا $PT = 4QR$

مثال1

12.

المُعطى: $AB + BE + ED = EF + EH + HK$ ، $\overline{AB} \cong \overline{FE}$ ، $\overline{ED} \cong \overline{HK}$

المطلوب: $\overline{BE} \cong \overline{EH}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

618 | الدرس 7-10 | إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

13. **الإنشاء** أنشئ قطعة مستقيمة يكون طولها ضعف $\overline{PQ}$.

P Q

اشرح كيف يمكن استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة لتبرير إنشائك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

14. **التمثيلات المتعددة** A هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B هي نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C هي نقطة منتصف $\overline{PB}$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10 .** a–e.

a. **هندسيًا** ارسم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل هذه الحالة.

b. **جبريًا** عين العلاقة الجبرية بين PQ و PC.

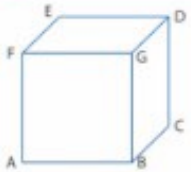
c. **هندسيًا** انسخ القطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ من رسمك التخطيطي. ثم أنشئ النقطتين C ، B على $\overline{PQ}$ اشرح كيف يمكنك استخدام إنشائك لدعم تخمينك.

d. **عمليًا** استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة متطابقة مع $\overline{PQ}$ من رسمك التخطيطي ولرسم النقطتين B ، C على $\overline{PQ}$ استخدم رسمك لدعم تخمينك.

e. **منطقيًا** أثبت قرضيتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

15. **تحليل الخطأ** في الرسم التخطيطي $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DG}$ تحقق من الاستنتاجات التي أجرتها نجاة ونبيلة. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**



نجاة

حيث إن $\overline{BC} \cong \overline{DG}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ حسب خاصية الانعكاس في التطابق.

نبيلة

حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DG}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{DG}$ حسب خاصية التعدي في التطابق.

16. **التحدي** ABCD عبارة عن مستطيل. أثبت $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

17. **الكتابة في الرياضيات** هل توجد خاصية طرح في التطابق؟ اشرح. **انظر الهامش.**

18. **التبرير** صنّف صحة أو خطأ العبارة التالية. إذا كانت خطأ، فقدّم مثالًا مضادًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

إذا كانت A ، B ، C ، D ، E تقع على مستقيم واحد. مع كون B هي نقطة المنتصف بين A ، C وكانت C هي نقطة المنتصف بين B ، D وكانت D هي نقطة المنتصف بين E ، C إذًا $AB = BC = DE$.

19. **مسألة غير مُحددة الإجابة** ارسم تمثيلاً لمسلّمة جمع القطع المستقيمة. حيث يكون طول القطعة المستقيمة $1\frac{1}{2}$ سنتيمتر. ويحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة. ولا يحتوي على قطع مستقيمة متطابقة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

20. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبين الفرق بين المقترات الإثباتية والبراهين المكونة من عمودين.

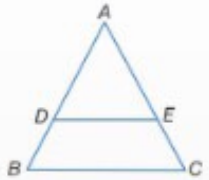
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسّع

المعطيات: $BD = EC$
$DA = AE$

المطلوب إثباته: $BA = AC$



البرهان:

العبارة (المبرّر)
1. $BD = EC;\ DA = AE$ (مُعطى)
2. $BD + DA = EC + AE$ (خاصية الجمع في المعادلة =)
3. $BD + DA = BA;\ EC + AE = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
4. $BA = AC$ (بالتعويض)

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة تقويم يتطلب التمرين 53 أن يستخدم الطلاب فرجارًا ومسطرة تقويم.

فرجار ومسطرة يتطلب التمرين 16 أن يستخدم الطلاب فرجارًا ومسطرة.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 16. يستخدم الطلاب رسومًا هندسيةً. إضافةً إلى التخمين الجبري والقياس المباشر لاستكشاف نقاط منتصف مستقيمات.

انتبه!

تحليل الخطأ طبقت نجاة الخاصية تطبيقًا صحيحًا. ولكنها أخطأت في ذكر أن $AB \cong \overline{AF}$. وطبقت نبيلة أيضًا الخاصية تطبيقًا صحيحًا. لكنها ذكرت خاصية الانعكاس بشكل خاطئ.

إجابات إضافية

15. كلاهما خطأ. ذكرت نجاة الخاصية الصحيحة ولكنها ذكرت بشكل خاطئ: أن $AB \cong \overline{DE}$. رغم أنه كان من المفترض أن تكون $AB \cong \overline{DG}$. وذكرت نبيلة التطابق الصحيح. ولكن أعطت المبرر الخاطئ.

17. ستكون إجابات الطلاب مختلفة. ولكنها تعبر عن فهمهم أنه لا توجد خاصية طرح في التطابق.

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات أعطِ كل طالب مسطرة لقياس طول إصبع بداية من الرأس إلى المفصل الأول. ثم أطلب من كل طالب قياس الطول من المفصل الأول إلى الثاني. وبعدها اطلب من كل طالب قياس الطول من رأس الإصبع إلى المفصل الثاني وتحديد ما إذا كانت القياسات المقابلة المأخوذة على اليد الأخرى مطابقة. واطلب منهم كتابة المسلّمات أو النظريات التي استخدموها.

إجابة إضافية

27. **المُعطى:** $AC = DF, AB = DE$

المطلوب إثباته: $BC = EF$

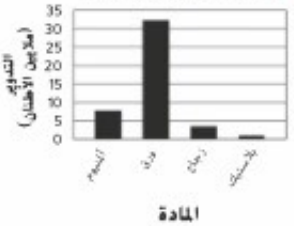
البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $AC = DF, AB = DE$ (مُعطى)
2. $AC = AB + BC; DF = DE + EF$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة.)
3. $AB + BC = DE + EF$ (بالتعويض)
4. $BC = EF$ (خاصية الطرح.)

تمرين على الاختبار المعياري

21. **الجبر** يوضح التخطيط البياني الموضح أدناه عملية إعادة تدوير سنوية حسب المواد في الولايات المتحدة الأمريكية. فكم تقريبًا عدد كيلوجرامات الألمنيوم الذي يتم إعادة تدويره كل عام؟ **D**



A 7.5
B 15,000
C 7,500,000
D 15,000,000,000

22. **الجبر** ما التعبير المكافئ لـ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$؟ **G**

F $\frac{1}{3x^4}$
G $3x^4$
H $8x^2$
J $\frac{x^4}{3}$

23. **إجابة مختصرة** إذا كان قياس زاويتين متتامتين بالنسبة 4:1. فما قياس الزاوية الأصغر؟ **18**

24. **SAT/ACT** بإمكان ميسون كتابة 40 كلمة في الدقيقة. فكم دقيقة ستقضيها ميسون في كتابة 200 كلمة؟ **C**

A 0.5
B 2
C 5
D 10
E 12

مراجعة شاملة

25. **الهندسة** إذا كان طول ضلع مكعب هو s، ويمثل حجمه من خلال s^3.

ويمثل مساحة سطحه من خلال $6s^2$. **نعم؛ كل منها هو ناتج ضرب متغيرات و/أو عدد حقيقي.**

a. هل التعابير المستخدمة للحجم ومساحة السطح أحادية الحد؟ اشرح.

b. إذا كان قياس ضلع المكعب يساوي 3 أمتار. فأوجد الحجم ومساحة السطح. **27 m3; 54 m2**

c. أوجد طول الضلع s الذي يجعل للحجم ومساحة السطح نفس القياس. **6 وحدات**

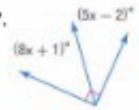
d. يمكن الحصول على حجم أسطوانة عن طريق ضرب تربيع نصف القطر في الارتفاع في π. أو $V = \pi r^2 h$. افترض أن لديك أسطوانتين، وبلغ كل قياس في الثانية ضعف كل قياس في الأولى. إذا $V = \pi(2r)^2(2h)$، ما نسبة حجم الأسطوانة الأولى إلى الأسطوانة الثانية؟ **1:8**

26. **قِطَع الأشكال الهندسية** يمكن ترتيب قطع الأشكال الهندسية لتلائم تمامًا دائريًا دون ترك مسافات. تذكر أن القياس حول دائرة كاملة يبلغ°360. حدد قياس درجة الزوايا المرقمة الموضحة أدناه. **60, 30, 90, 60, 120, 60**

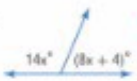
مراجعة المهارات

الجبر أوجد قيمة x.

27. **7**



28. **8**



29. **15**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

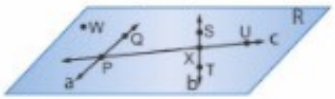
مراجعة درس بدرس

التدخل إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن الصفحات المرجعية ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

مراجعةدرس بدرس

10-1 النقاط والمستقيمات والمستويات

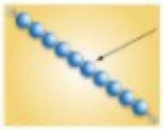
استخدم الشكل لتكملة كل مما يلي.



1. قم بتسمية نقطة تقاطع المستقيمين a و c. **النقطة P**
2. أعط اسمًا آخر للمستقيم b. $\overleftrightarrow{ST}$
3. أعط اسمًا للنقطة غير المشمولة في أي من المستقيمات الثلاثة a أو b أو c. **النقطة W**
4. أعط اسمًا آخر للمستوى WPX. **المستوى R**

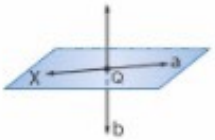
أعط اسمًا للمفهوم الهندسي الذي تم تمثيله بأفضل صورة بواسطة كل شكل.

5.
مستقيم

6. 
نقطة

مثال 1

ارسم وسمِّ شكلاً للعلاقة التالية.



يشمل المستوى X المستقيم a، ويتقاطع المستقيم b مع المستقيم a عند النقطة Q، ولكن المستقيم b ليس في المستوى X.

ارسم سطحًا لتمثيل المستوى X وسمّه.

ارسم مستقيمًا في المستوى X وسمّه المستقيم a.

ارسم مستقيمًا يُسمى b ويتقاطع مع كل من المستوى والمستقيم a وسمِّ نقطة التقاطع Q.

10-2 القياس الخطي

أوجد قيمة المتغير و XP، إذا كانت X تقع بين P و Q.

7. $XQ = 13,\ XP = 5x - 3,\ PQ = 40$ **$x = 6,\ XP = 27$**
8. $XQ = 3k,\ XP = 7k - 2,\ PQ = 6k + 16$ **$k = 4.5,\ XP = 29.5$**

حدد ما إذا كان كل زوج من القطع المستقيمة متطابقًا.

9. $\overline{AB}, \overline{CD}$ **نعم**
10. $\overline{XY}, \overline{YZ}$ **لا**

11. **المسافة** تبلغ المسافة من مكان عمل فارس إلى منزله 3 مرات أكبر من المسافة من منزله إلى المدرسة. وإذا كان منزله يقع بين مكان العمل والمدرسة والمسافة من مكان عمله إلى المدرسة تساوي 6 كيلومترات، فكم يبعد منزل فارس عن المدرسة؟ **1.5 km**

مثال 2

استخدم الشكل لإيجاد قيمة المتغير وطول $\overline{YZ}$.

$XZ = XY + YZ$	بنية النقاط
$29 = 10 + 3x + 7$	تعويض
$29 = 3x + 17$	بسّط.
$12 = 3x$	اطرح 17 من كل طرف.
$4 = x$	اقسم كل طرف على 3.
$YZ = 3x + 7$	معطى
$= 3(4) + 7$ أو 19	تعويض

إذًا $x = 4$ و $YZ = 19$.

حقوق الطبع © مجموعة لمعان هاسة McGraw-Hill Education

631

إجابات إضافية

22. الإجابة النموذجية: $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{CD}$

23. الإجابة النموذجية: الزاويتان $\angle A$ و $\angle B$ زاويتان قائمتان، والزاويتان $\angle E$ و $\angle C$ زاويتان منفرجتان، والزاوية $\angle D$ زاوية حادة.

10-3 المسافة ونقاط المنتصف

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

12. $A(-3, 1)$, $B(7, 13)$ $\sqrt{244} \approx 15.6$

13. $P(2, -1)$, $Q(10, -7)$ 10

أوجد إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

14. $L(-3, 16)$, $M(17, 4)$ (7, 10)

15. $C(32, -1)$, $D(0, -12)$ (16, −6.5)

أوجد إحداثي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت M هي نقطة منتصف XY.

16. $X(-11, -6)$, $M(15, 4)$ (41, 14)

17. $M(-4, 8)$, $Y(19, 0)$ (−27, 16)

18. **التجول سيرًا على الأقدام** تتجول كل من موزة ومها سيرًا على الأقدام في حديقة عامة. وقررنا اتخاذ مسارات مختلفة. وتوجد خريطة الحديقة بالأعلى على شبكة إحداثية. ويوجد موقع موزة عند النقطة (7, 13) ومها عند (3, 5).

a. أوجد المسافة بينهما. $\approx$ 8.9 وحدات

b. أوجد إحداثي النقطة الموجودة في المنتصف بين الموقعين. (5, 9)

مثال 3

أوجد المسافة بين $X(5, 7)$ و $Y(-7, 2)$.

افترض أن $(x_2, y_2) = (-7, 2)$ و $(x_1, y_1) = (5, 7)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-7 - 5)^2 + (2 - 7)^2}$$
$$= \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2}$$
$$= \sqrt{169} \text{ or } 13$$

المسافة من X إلى Y تبلغ 13 وحدة.

مثال 4

أوجد إحداثي نقطة المنتصف بين $P(-4, 13)$ و $Q(6, 5)$.

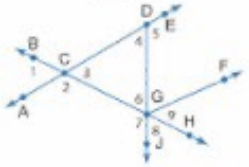
افترض أن $(x_2, y_2) = (6, 5)$ و $(x_1, y_1) = (-4, 13)$.

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-4 + 6}{2}, \frac{13 + 5}{2}\right)$$
$$= M(1, 9)$$

إحداثيا نقطة المنتصف هما (1, 9).

10-4 قياس الزاوية

بالنسبة للتمارين 22–19. ارجع إلى الشكل أدناه.



19. سمِّ رأس $\angle 7$. G

20. اكتب اسمًا آخر للزاوية $\angle 4$. **الإجابة النموذجية:** $\angle CDG$

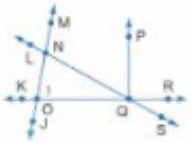
21. سمِّ أضلاع $\angle 2$. $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{CH}$

22. سمِّ زوجًا من الأشعة المتقابلة. **انظر الهامش.**

23. **لافتات** تتخذ لافتة في إحدى المدارس الثانوية الشكل الموضح. قِس كل زاوية وصنفها ما إذا كانت قائمة أم حادة أم منفرجة. **انظر الهامش.**

مثال 5

ارجع إلى الشكل أدناه. سمِّ جميع الزوايا التي تضم Q كرأس.



$\angle QON$, $\angle NQP$, $\angle PQR$, $\angle RQS$, $\angle SQO$, $\angle OQP$, $\angle NQR$, $\angle PQS$, $\angle OQR$

مثال 6

في الشكل السابق، اذكر جميع الأسماء الأخرى للزاوية $\angle 1$.

$\angle NOQ$, $\angle QON$, $\angle MOQ$, $\angle QOM$, $\angle MOR$, $\angle ROM$, $\angle NOR$, $\angle RON$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10-6 الأشكال ثنائية الأبعاد

سمّ كل مُضلع بعدد أضلاعه. ثمّ صنفه على أنه مُحدّب أم مُقعّر ومنتظم أم غير منتظم.

24.

مثلث، مُحدب، منتظم

25.

مجسم ذو اثني عشر سطحًا؛ مُقعّر؛ غير منتظم

26. أوجد محيط الشكل رباعي الأضلاع $ABCD$ بالرؤوس $A(-3, 5)$ ، $B(0, 5)$ ، $C(2, 0)$ ، $D(-5, 0)$.

27. **حدائق** استقبلت حديقة ويستساید سياجًا من السلاسل المتصلة بطول 136 مترًا كنبرع لبناء منطقة ألعاب مغلقة للمخطط. ويحتاج مدير الحديقة إلى تحديد الشكل الذي ينبغي أن تكون عليه المساحة. ولديهم ثلاثة خيارات: (1) مستطيل بطول 28 مترًا وعرض 40 مترًا. أو (2) مربع بأضلاع يبلغ طولها 34 مترًا. أو (3) دائرة بنصف قطر يبلغ حوالي 22 مترًا. الخيار 1 = $1,156\ m^2$؛ الخيار 2 = $1120\ m^2$؛ الخيار 3 ≈ $1519 m^2$؛ يوفر الخيار 3 أكبر مساحة

مثال 7

سمّ المضلع بعدد أضلاعه. ثم صنفه على أنه مُحدّب أم مُقعّر ومنتظم أم غير منتظم.

توجد 6 أضلاع؛ إذًا فهذا شكل سداسي. وإذا كان اثنان من أضلاعه متجاورين لتكوين مستقيمين. فسيمران من خلال الجزء الداخلي له. وبالتالي فهذا شكل مقعّر. وبما أنه مقعّر. فلا يمكن أن يكون منتظمًا.

مثال 8

أوجد مُحيط المُضلع في الشكل أعلاه.

تعريف المُحيط $P = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6$

تعويض $= 7 + 7 + 9 + 6 + 6 + 4$

بسّط. $= 39$

مُحيط المُضلع هو 39 وحدة.

10-7 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

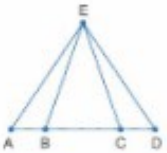
اكتب برهانًا من عمودين. 29 ،28. انظر الهامش.

28. المُعطى: X هي نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$.

الإثبات: $VW = ZY$

29. المُعطى: $AB = DC$

الإثبات: $AC = DB$



30. **جغرافيا** يخطط عيسى للقيادة من مدينة كانساس سيتي إلى مدينة مينيوبوليس على طول الطريق السريع إنترستيت 35. وتوضح الخريطة التي يستخدمها أن المسافة من كانساس سيتي إلى مدينة دي موين تساوي 194 كيلومترًا ومن دي موين إلى مينيوبوليس تساوي 243 كيلومترًا. ما الذي يتيح له استنتاج أن المسافة التي سيقطعها بالسيارة تساوي 437 كيلومترًا من كانساس سيتي إلى مينيوبوليس؟ افترض أن الطريق إنترستيت 35 يشكل خطًا مستقيمًا. مسلّمة جمع القطع المستقيمة.

مثال 9

اكتب برهانًا من عمودين.

المُعطى: B هي نقطة منتصف $\overline{AC}$

C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$

الإثبات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. B هي نقطة منتصف $\overline{AC}$	1. المُعطى
2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$	3. المُعطى
4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$	4. تعريف نقطة المنتصف
5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	5. خاصية التعدي في المعادلة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية

27. الخيار 1 = $12,000\ m^2$؛
الخيار 2 = $12,100\ m^2$؛
الخيار 3 ≈ $15, 393.8\ m^2$؛
يوفر الخيار 3 أكبر مساحة.

28. **العبارات (المبررات)**

1. X هي نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$. (مُعطى)
2. $\overline{WX} \cong \overline{YX}$, $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $WX = YX$, $VX = ZX$ (تعريف التطابق ≅)
4. $VX = VW + WX$, $ZX = ZY + YX$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $VW + WX = ZY + YX$ (بالتعويض.)
6. $VW = ZY$ (خاصية الطرح)

29. **العبارات (المبررات)**

1. $AB = DC$ (مُعطى)
2. $BC = BC$ (خاصية الانعكاس)
3. $AB + BC = DC + BC$ (خاصية الجمع)
4. $AB + BC = AC$, $DC + BC = DB$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $AC = DB$ (بالتعويض)

10 تمرين على الاختبار

استخدم الشكل لتسمية كلٍ مما يلي.

1. المستقيم الذي يضم النقطتين Q و Z **المستقيم b**
2. نقطتان في مستوى واحد مع النقاط W و X و Y **النقطتان Q و Z**
3. نقطة تقاطع المستقيمين a و b **النقطة Q**

أوجد قيمة المتغير إذا كانت P تقع بين J و K.

4. $JP = 2x,\ PK = 7x,\ JK = 27$ **3**
5. $JP = 3y + 1,\ PK = 12y - 4,\ JK = 75$ **5.2**
6. $JP = 8z - 17,\ PK = 5z + 37,\ JK = 17z - 4$ **6**

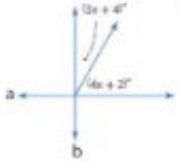
أوجد إحداثيي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

7. $(16, 5)$ و $(28, -13)$ **$(22, -4)$**
8. $(-11, 34)$ و $(47, 0)$ **$(18, 17)$**
9. $(-4, -14)$ و $(-22, 9)$ **$(-13, -2.5)$**

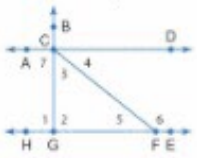
أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

10. $(43, -15)$ و $(29, -3)$ **وحدة $\sqrt{340}$ أو 18.4**
11. $(21, 5)$ و $(28, -1)$ **وحدات $\sqrt{85}$ أو 9.2**
12. $(0, -5)$ و $(18, -10)$ **وحدة $\sqrt{349}$ أو 18.7**

13. **الجبر** يبلغ قياس الزاوية $\angle X$ 18 أكثر من 3 أضعاف قياس الزاوية المتممة لها. أوجد قياس الزاوية $\angle X$. **72**
14. أوجد قيمة x التي ستجعل المستقيمين a و b متعامدين في الشكل أدناه. **12**



بالنسبة للتمارين 15–18، استخدم الشكل أدناه.



15. سمِّ رأس الزاوية $\angle 3$. **النقطة C**
16. سمِّ أضلاع الزاوية $\angle 1$. **$\overrightarrow{GB}$ و $\overrightarrow{GH}$**
17. اكتب اسمًا آخر للزاوية $\angle 6$. **$\angle EFC$ أو $\angle CFE$**
18. سمِّ زوجًا من الزوايا يشترك بالتحديد في نقطة واحدة. **$\angle 7$ و $\angle 4$**
19. **الاختيار من متعدد** إذا كانت $m\angle 1 = m\angle 2$، فأي من العبارات التالية صحيح؟ **D**

A $\angle 2 \cong \angle 4$

B $\angle 2$ هي زاوية قائمة.

C $\ell \perp m$

D جميع ما ذكر أعلاه

أوجد مُحيط كل مُضلع.

20. المثلث XYZ برؤوس $X(3, 7)$ و $Y(-1, -5)$ و $Z(6, -4)$ **31.1 وحدة**
21. المستطيل $PQRS$ برؤوس $P(0, 0)$ و $Q(0, 7)$ و $R(12, 7)$ و $S(12, 0)$ **38 وحدة**
22. **السلامة** تم سماع صفارات إنذار شديدة عن الطقس في المدينة المحلية في حدود نصف قُطر يبلغ 1.3 كيلومتر. وإذا أراد عُمدة المدينة صفارة إنذار جديدة تُغطي ضعف إذا مساحة صفارة الإنذار الحديد. فما نصف القُطر الذي يجب أن تكون في حدوده صفارة الإنذار الجديدة؟ قرّب لأقرب جزء من عشرة للكيلومتر. **1.8 km**
23. **البرهان** اكتب فقرة إثباتية. **انظر الهامش.**

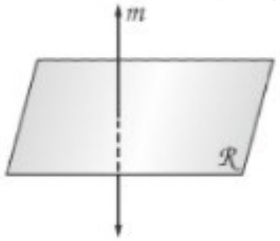
المُعطى: $\overline{JK} \cong \overline{CB},\ \overline{KL} \cong \overline{AB}$

الإثبات: $\overline{JL} \cong \overline{AC}$

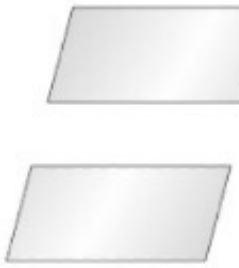
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 10-1

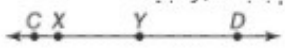
32. الإجابة النموذجية:



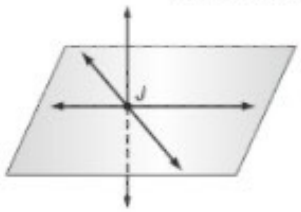
33. الإجابة النموذجية:



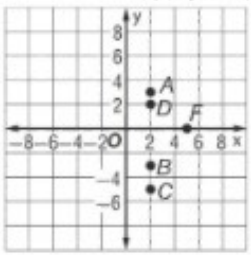
34. الإجابة النموذجية:



35. الإجابة النموذجية:

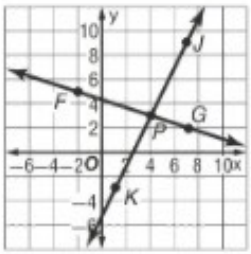


36. الإجابة النموذجية:

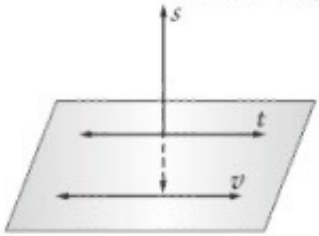


37. الإجابة النموذجية:

38.



39. الإجابة النموذجية:



التوسع الدرس 10-2

16. 22.4 m يكون مضبوطًا في نطاق أقرب إلى 0.05 m و 5.82 m يكون مضبوطًا في نطاق 0.005. إذًا 5.82 هو القياس الأكثر ضبطًا.
الخطأ النسبي للقياس 22.4 m هو $\frac{0.05\text{ m}}{22.4}$ أو حوالي 0.2%. بينما الخطأ النسبي للقياس 5.82 هو $\frac{0.005}{5.82}$ أو حوالي 0.09%. إذًا 5.82 هو أيضًا أكثر دقة.

17. كل قياس مضبوط في نطاق 0.5. إذًا فليس هناك قياس أكثر ضبطًا من الآخر. والخطأ النسبي في القياس 13 هو $\frac{0.5}{25}$ أو 2%. بينما الخطأ النسبي في القياس 83 هو $\frac{0.5}{8}$ أو حوالي 6.3%؛ إذًا 8 أكثر دقة.

18. 9.2 cm يكون مضبوطًا في نطاق 0.05 cm أو 0.5 mm و 42 mm يكون مضبوطًا في نطاق 0.5 mm. لذلك فليس هناك قياس أكثر ضبطًا من الآخر. والخطأ النسبي للقياس 9.2 cm هو $\frac{0.05\text{ cm}}{9.2\text{ cm}}$ أو حوالي 0.5%. بينما الخطأ النسبي للقياس 42 mm هو $\frac{0.5\text{ mm}}{42\text{ mm}}$ أو حوالي 1.2%؛ إذًا 9.2 cm أكثر دقة.

19. $18\frac{1}{4}$ cm يكون مضبوطًا في نطاق $\frac{1}{8}$ cm و 125 m يكون مضبوطًا في نطاق 0.5؛ إذًا $18\frac{1}{4}$ هو القياس الأكثر ضبطًا. والخطأ النسبي للقياس $18\frac{1}{4}$ هو $\frac{0.125}{18.25}$ أو حوالي 0.7%. بينما الخطأ النسبي للقياس 125 هو $\frac{0.5}{125}$ أو حوالي 0.4%؛ إذًا 125 أكثر دقة.

20. إذا افترضنا أن طول شخص هو 5.5 m. وإذا كان هذا الطول مقيسًا لأقرب متر. فإن الخطأ النسبي سيكون $\frac{0.5\text{ m}}{5.5\text{ m}}$ أو حوالي 9%. وإذا كان قد تم القياس لأقرب سنتيمتر. فإن الخطأ النسبي سيكون $\frac{0.5\text{ cm}}{5.5\text{ m}} = \frac{0.5\text{ cm}}{65\text{ cm}}$ أو حوالي 0.8%. وإذا تم القياس لأقرب $\frac{1}{16}$ cm، فإن الخطأ النسبي سيكون $\frac{0.03125\text{ cm}}{65\text{ cm}}$ أو حوالي 0.05%. بينما القياس لأقرب $\frac{1}{16}$ cm هو القياس الأكثر دقة. وهذا المستوى من الدقة غير ضروري؛ فمستوى دقة يبلغ حوالي 1% يكفي. لذا فإن القياس لأقرب سنتيمتر يكون كافيًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

21. 1 m؛ إذا افترضنا أن هناك جبلاً ارتفاعه 4000 m . وإذا كان هذا الارتفاع تم قياسه لأقرب متر، فإن الخطأ النسبي سيكون $\frac{0.5\text{ m}}{4000\text{ m}}$ أو حوالي 0.01%. أما إذا تم القياس لأقرب سنتيمتر، فسيكون الخطأ النسبي $\frac{0.5\text{ cm}}{4000\text{ m}} = \frac{0.5\text{ cm}}{48{,}000\text{ cm}}$ أو حوالي 0.001%. وإذا تم قياسه لأقرب $\frac{1}{16}$ cm، فسيكون الخطأ النسبي $\frac{0.03125\text{ cm}}{48{,}000\text{ cm}}$ أو حوالي 0.0007%. بينما القياس لأقرب $\frac{1}{16}$ cm هو الأكثر دقة. لكن هذا المستوى من الدقة غير ضروري؛ فمستوى 1% تقريبًا من الدقة يكفي، لذا فإن القياس لأقرب متر يكون كافيًا.

22. 13.5 cm؛ كل قياس يكون مضبوطًا في نطاق $\frac{1}{8}$ من السنتيمتر، لذا فإن أقل محيط هو $2\left(2\frac{1}{8}\right)\text{ cm} + 2\left(4\frac{5}{8}\right)\text{ cm}$؛ وكل قياس يكون دقيقًا في نطاق $\frac{1}{8}$ من السنتيمتر، لذا فإن أكبر محيط هو $2\left(2\frac{3}{8}\right)\text{ cm} + 2\left(4\frac{7}{8}\right)\text{ cm}$.

الدرس 10-4

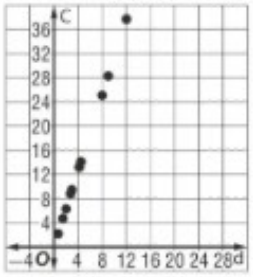
53. الإجابة النموذجية: لقياس زاوية حادة، يمكنك طي ركن ورقة بحيث تتقابل الحواف. ومن شأن هذا أن ينصف الزاوية. ليسمح لك بتحديد ما إذا كانت الزاوية بين 0° و 45° أم بين 45° و 90°. وإذا تم طي الورقة مرتين إضافيتين بنفس الطريقة وتم قطع هذا الركن من الورقة، فستشكل خطوط الطي الزيادات التدريجية للمنقلة المصنوعة في المنزل والتي تبدأ من 0° على أحد الجوانب وتزداد بزيادات تدريجية قدرها 8 ÷ 90 أو 11.25°. لتنتهي عند الجانب المتجاور، والذي سيشير إلى قياس الزاوية البالغ 90°. ويمكنك تقدير نصف المسافة بين كل خط طي، وهو ما سيعطيك دقة تبلغ 2 ÷ 11.25° أو حوالي 6°. ويبلغ القياس الفعلي للزاوية الموضحة 52°. وسيكون أي تقدير بين 46° و 58° مقبولاً.

الدرس 10-6

43a–b. الإجابة النموذجية:

الجسم	d (cm)	C (cm)	$\frac{C}{d}$
1	3	9.4	3.13
2	9	28.3	3.14
3	4.2	13.2	3.14
4	12	37.7	3.14
5	4.5	14.1	3.13
6	2	6.3	3.15
7	8	25.1	3.14
8	0.7	2.2	3.14
9	1.5	4.7	3.13
10	2.8	8.8	3.14

43c. الإجابة النموذجية:



43d. الإجابة النموذجية: $C = 3.14d$؛ تُمثل المعادلة صيغة لتقريب محيط الدائرة. ويمثل الميل تقريبًا للرمز باي.

47. الإجابة النموذجية: خماسي الأضلاع مُقعر، حيث إنه لا توجد نقاط للمستقيمات المرسومة على الحواف في الداخل. وخماسي الأضلاع منتظم لأن كل زواياه وأضلاعه أُنشأت بنفس القياس، مما يجعلها متطابقة مع بعضها البعض.

48. 1440 بلاطة مربعة؛ الإجابة النموذجية: عرض الحيز يبلغ 6 × 100 أو 600 سنتيمتر و 100 × 3.6 أو 360 سنتيمترًا. وسيحتل هذا الحيز بالضبط 12 cm ÷ 600/بلاطة أو 50 عمودًا من البلاط و 12 icm ÷ 360/بلاطة أو 30 صفًا من البلاط. لذا، فإن عدد البلاطات اللازمة هو 30 × 50 أو 1500 بلاطة.

49. الإجابة النموذجية: إذا كان هناك مضلع محدب متساوي الزوايا ولكنه ليس متساوي الأضلاع، فإنه لا يكون مضلعًا منتظمًا. وبالمثل، إذا كان هناك مضلع متساوي الزوايا والأضلاع، ولكنه ليس محدبًا، فإنه يكون مضلعًا منتظمًا.

الدرس 10-7

5. المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب إثباته: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطى)
2. AB = CD (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)
3. CD = AB (خاصية التماثل)
4. $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)

6. المُعطى: $\overline{AB}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB}$ (معطى)
2. AB = AB (خاصية الانعكاس)
3. $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)

7a.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

7b. لدينا معطيات تشير إلى أن جميع النقاط على استقامة واحد. وبما أن مدينة كادوكا تبعد 96 كيلومترًا عن رابيد سيتي وسايوكس فالز تبعد 352 كيلومترًا عن رابيد سيتي، فإن كادوكا تقع بين رابيد سيتي وسايوكس فالز. وبما أن ألكسندريا تبعد 292 كيلومترًا عن رابيد سيتي وكادوكا تقع على بعد 96 كيلومترًا من رابيد سيتي، فإن كادوكا تقع بين ألكسندريا ورابيد سيتي. وبما أن سايوكس فالز تقع على بعد 352 كيلومترًا من رابيد سيتي وألكسندريا تبعد 292 كيلومترًا عن رابيد سيتي، فإن ألكسندريا تقع بين كادوكا وسايوكس فالز. لذلك، فإن ترتيب هذه المدن من الغرب إلى الشرق هو رابيد سيتي ثم كادوكا ثم ألكسندريا ثم سايوكس فالز.

8. المُعطى: $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{ZX} \cong \overline{YZ}$

المطلوب إثباته: $\overline{XW} \cong \overline{ZX}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{ZX} \cong \overline{YZ}$ (مُعطى)
2. $XW = YZ$ و $YZ = ZX$ (تعريف التطابق)
3. $XW = ZX$ (التعويض)
4. $\overline{XW} \cong \overline{ZX}$ (تعريف التطابق)

9. المُعطى: $\overline{AD} \cong \overline{AC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{ED}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{AE}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AD} \cong \overline{AC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{ED}$ (مُعطى)
2. $AC = AD, ED = BC$ (تعريف التطابق)
3. $AE + ED = AD, AB + BC = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
4. $AE + ED = AB + BC$ (التعويض)
5. $AE = AB$ (خاصية الطرح في المعادلة)
6. $\overline{AE} = \overline{AB}$ (تعريف التطابق)

10. المُعطى: R هي نقطة منتصف $\overline{QS}$ و $\overline{ST} \cong \overline{PQ}$.

المطلوب إثباته: $\overline{PR} \cong \overline{RT}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. R هي نقطة منتصف $\overline{QS}$. و $\overline{ST} \cong \overline{PQ}$. (مُعطى)
2. $QR = RS$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $PQ = ST$ (تعريف التطابق)
4. $PQ + QR = RS + ST$ (خاصية الجمع في المعادلة)
5. $PR = PQ + QR, RT = RS + ST$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
6. $PR = RT$ (التعويض)
7. $\overline{PR} \cong \overline{RT}$ (تعريف التطابق)

11. المُعطى: Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$. و S هي نقطة منتصف $\overline{RT}$. و $\overline{QR} \cong \overline{RS}$.

المطلوب إثباته: $PT = 4QR$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$. و S هي نقطة منتصف $\overline{RT}$. و $\overline{QR} \cong \overline{RS}$. (مُعطى)
2. $PQ = QR$ و $RS = ST$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $QR = RS$ (تعريف التطابق)
4. $PT = PQ + QR + RS + ST$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)
5. $QR = ST$ (خاصية التعدي)
6. $PT = QR + QR + QR + QR$ (التعويض)
7. $PT = 4QR$ (بالتحويل لأبسط صورة)

12. المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{EF}, \overline{ED} \cong \overline{HK}, AB + BE + ED = EF + EH + HK$

المطلوب إثباته: $\overline{BE} \cong \overline{EH}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{EF}, \overline{ED} \cong \overline{HK}, AB + BE + ED = EF + EH + HK$ (مُعطى)
2. $AB = EF, ED = HK$ (تعريف التطابق)
3. $AB + BE + ED = AB + EH + HK$ (التعويض)
4. $AB - AB + BE + ED = AB - AB + EH + HK$ (خاصية الطرح في المعادلة)
5. $BE + ED = EH + HK$ (التحويل لأبسط صورة)
6. $BE + ED = EH + ED$ (التعويض)
7. $BE + ED - ED = EH + ED - ED$ (خاصية الطرح في المعادلة)
8. $BE = EH$ (التحويل لأبسط صورة)
9. $\overline{BE} \cong \overline{EH}$ (تعريف التطابق)

13.

الإجابة النموذجية: وضعتُ نقطة بداية باسم A على المستقيم ℓ وأنشأتُ النقطة B على المستقيم، بحيث تكون AB مساويةً لـ PQ. وباستخدام النقطة B بمثابة نقطة بداية، حدّدت نقطةً باسم C على المستقيم بحيث تكون BC مساويةً أيضًا لـ PQ. وطول القطعة المستقيمة AC بكاملها يساوي AB + BC حسب مسلّمة الجمع و AB = BC = PQ. وباستخدام التعويض، فإن AC = PQ + PQ. أو AC = 2PQ. إذًا $\overline{AC}$ تساوي ضعف طول $\overline{PQ}$.

14a.

14b. 8PC = PQ

14c.

أستطيع قياس $\overline{PC}$ وتحديد القطع المستقيمة التي لها ذلك الطول على طول $\overline{PQ}$ إضافةً إلى عدّ القطع المستقيمة التي تشكلت.

14d.

8PC = PQ

14e. المُعطى: A هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$. و B هي نقطة منتصف $\overline{PA}$. و C هي نقطة منتصف $\overline{PB}$.

المطلوب إثباته: 8PC = PQ

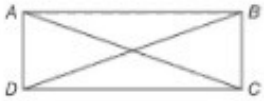
العبارات (المبررات)

1. A هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B هي نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C هي نقطة منتصف $\overline{PB}$. (معطى)
2. $PA = AQ, PB = BA, PC = CB$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $PC + CB = PB$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
4. $PC + PC = PB$ (التعويض)
5. $2PC = PB$ (التعويض)
6. $PB + BA = PA$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
7. $PB + PB = PA$ (التعويض)
8. $2PB = PA$ (خاصية الجمع)
9. $2(2PC) = PA$ (التعويض)
10. $4PC = PA$ (بالتعويض)
11. $PA + AQ = PQ$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
12. $PA + PA = PQ$ (بالتعويض)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13. $2PA = PQ$ (التعويض)
14. $2(4PC) = PQ$ (التعويض)
15. $8PC = PQ$ (التعويض)

16. المُعطى: ABCD هو مستطيل.
المطلوب إثباته: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$



العبارات (المبررات)
1. ABCD هو مستطيل (مُعطى)
2. $AB = CD, AD = BC$ (تعريف المستطيل)
3. $(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2, (BD)^2 = (BC)^2 + (DC)^2$ (نظرية فيثاغورث)
4. $(AC)^2 = (BC)^2 + (DC)^2$ (التعويض)
5. $(AC)^2 = (BD)^2$ (التعويض أو التعدي)
6. $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)
7. $AC = \sqrt{(BD)^2}$ (حسب التعريف، يجب أن يكون الطول موجبًا.)
8. $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)
9. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف التطابق)

18. صحيح

19.

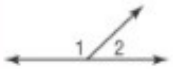
20. تستخدم فقرات البرهان والبراهين ثنائية الأعمدة الاستدلال الاستنتاجي مقدمًا بترتيب منطقي يترافق مع مسلّماتٍ ونظرياتٍ وتعريفاتٍ تُستخدم لدعم خطوات البراهين. وتكتب فقرات البرهان على هيئة فقرةٍ تذكر فيها أسباب كل خطوةٍ تم وضعها في الجمل. وتكون البراهين ثنائية الأعمدة مرقمةً ومفصّلة. وتعطى كل خطوةٍ في البرهان على سطرٍ منفصلٍ مع دعم تلك الخطوة في العمود المجاور لها.

الدرس 8-10

14. المُعطى: الزاوية $\angle ABC$ هي زاوية مستقيمة. وتوجد D بداخل $\angle ABC$
المطلوب إثباته: الزاويتان $\angle ABD$ و $\angle CBD$ متكاملتان.
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. الزاوية $\angle ABC$ هي زاوية مستقيمة. وتوجد D داخل الزاوية $\angle ABC$ (مُعطى)
2. $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$ (مسلمة جمع الزوايا)
3. $m\angle ABC = 180$ (تعريف الزاوية المستقيمة)
4. $m\angle ABD + m\angle DBC = 180$ (التعويض)
6. الزاويتان $\angle ABD$ و $\angle CBD$ متكاملتان. (تعريف الزاويتان المتكاملتان)

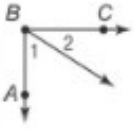
15. المُعطى: $\angle 7 \cong \angle 4$
المطلوب إثباته: الزاويتان $\angle 7$ و $\angle 5$ متكاملتان.
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\angle 7 \cong \angle 4$ (مُعطى)
2. الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 5$ هما زوج خطي (تعريف الزوج الخطي)
3. الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان. (إذا كان هناك زاويتان لزوج خطي، فحينها يكونان زاويتين متكاملتين.)
4. الزاويتان $\angle 7$ و $\angle 5$ متكاملتان. (التعويض)

16. المُعطى: الزاويتان ∡ تُشكلان زوجًا خطيًا.
المطلوب إثباته: الزاويتان ∡ متكاملتان.
فقرة البرهان:



عندما تشكل زاويتان ∡ زوجًا خطيًا، فالزاوية الناتجة ∠ تكون زاوية مستقيمة ∠ قياسها 180 درجة. وحسب التعريف، تكون الزاويتان ∡ متكاملتين إذا كان مجموع قياسيهما 180 درجة. ووفقًا لمسلّمة جمع الزوايا، فإن $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$. إذًا، إذا كانت الزاويتان ∡ تشكلان زوجًا خطيًا، فحينها تكون الزاويتان متكاملتين.

17. المعطى: $\angle ABC$ زاوية قائمة.
المطلوب إثباته: $\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان ∡.
البرهان:

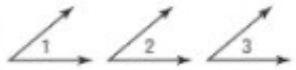


العبارات (المبررات)
1. $\angle ABC$ زاوية قائمة. (معطى)
2. $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة ∡)
3. $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (∠ مسلّمة الجمع)
4. $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ (التعويض)
5. $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متتامتان (تعريف الزوايا المتتامة ∡)

18. المعطى: $\angle A$
المطلوب إثباته: $\angle A \cong \angle A$
البرهان:

العبارات (المبررات)
1. $\angle A$ زاوية قائمة. (معطى)
2. $m\angle A = m\angle A$ (خاصية الانعكاس)
3. $\angle A \cong \angle A$ (تعريف التطابق ∡ ≅)

19. المُعطى: $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 2 \cong \angle 3$
المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 1$

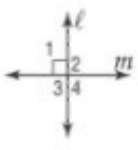


البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 2$ (مُعطى)
2. $m\angle 1 = m\angle 2, m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف التطابق ∡ ≅)
3. $m\angle 1 = m\angle 3$ (خاصيّة التعدّي)
4. $\angle 3 \cong \angle 1$ (تعريف التطابق ∡ ≅)

20. الزاويتان 1 و 2 زوج خطي. والزاويتان 3 و 4 زوج خطي. وحسب التعريف، فإن أي زاويتين يشكلان زوجًا خطيًا = 180°.
360° = 180 + 180. إذًا، يكون مجموع الزوايا الأربع 360.

21. المعطى: $\angle 4 \cong \angle 1$
المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 2$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\angle 4 \cong \angle 1$ (مُعطى)
2. $\angle 4 \cong \angle 3, \angle 2 \cong \angle 1$ (الزوايا المتقابلة بالرأس تكون متطابقة.)
4. $\angle 3 \cong \angle 2$ (خاصية التعدي)

22. المُعطى: $\ell \perp m$
المطلوب إثباته: الزوايا $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ زوايا قائمة ∡
البرهان:



العبارات (المبررات)
1. $\ell \perp m$ (معطى)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education